Sujet type corrigé n° 1 : épreuve anticipée de maths 2027, spécialité

Voie générale, spécialité maths · durée 2 heures · calculatrice interdite · noté sur 20 · sujet original BacWise au format 2027

Partie 1 : automatismes (6 points)

12 questions à réponses courtes, 0,5 point chacune. Écrire uniquement le résultat.

1. Calculer $15\,\%$ de 240.

   Réponse :

2. Combien valent les $\dfrac{3}{5}$ de 45 ?

   Réponse :

3. Calculer $5^0 + 5^1$.

   Réponse :

4. Calculer $3x - 7$ pour $x = -2$.

   Réponse :

5. Résoudre $3x - 7 = 2$. Donner x.

   Réponse :

6. Soit $f(x) = 2x - 3$. Donner l'antécédent de 5 par f.

   Réponse :

7. Quel est le coefficient directeur de la droite d'équation $y = -4x + 1$?

   Réponse :

8. $P(A) = 0{,}3$. Donner $P(\overline{A})$.

   Réponse :

9. Calculer la moyenne de la série : 8 ; 12 ; 10 ; 14.

   Réponse :

10. 3 kg de pommes coûtent $7{,}50$ €. Combien coûtent 5 kg (en €) ?

    Réponse :

11. Dans une classe de 30 élèves, 18 sont des filles. Quel est le pourcentage de filles ?

    Réponse :

12. Calculer les trois quarts de 60.

    Réponse :

Partie 2 : exercices (14 points)

Exercice 1 : Étude d'une fonction polynôme (5 pts)

On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,5]$ par $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$. On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative.

1. Calculer $f'(2)$. (1 pt)
2. Vérifier que $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$, puis donner la plus petite valeur de x pour laquelle $f'(x) = 0$. (1 pt)
3. Dresser le tableau de variations de f sur $[0\,;\,5]$. Quelle est la valeur du maximum local de f ? (1,5 pts)
4. La tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 a pour équation $y = mx + p$. Donner m. (1,5 pts)

Exercice 2 : Jeu de fléchettes (5 pts)

À une fête, un joueur lance une fléchette. Il gagne 10 points avec la probabilité $0{,}1$, 5 points avec la probabilité $0{,}3$, et 0 point sinon. On note X le nombre de points gagnés.

1. Calculer $P(X = 0)$. (1 pt)
2. Calculer l'espérance $E(X)$. (1,5 pts)
3. Calculer la variance $V(X)$. (1,5 pts)
4. Chaque point gagné rapporte 1 €. Quelle mise (en euros) faudrait-il demander pour que le jeu soit équitable ? (1 pt)

Exercice 3 : Produit scalaire dans un repère (4 pts)

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(1\,;\,2)$, $B(5\,;\,4)$ et $C(3\,;\,8)$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. (1 pt)
2. Calculer AB^2. (1 pt)
3. En déduire une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$, sous la forme $\dfrac{k\pi}{4}$. Donner k. (1 pt)
4. La hauteur issue de A du triangle ABC a pour équation $-2x + 4y + c = 0$. Donner c. (1 pt)

Corrigé

Partie 1

1. **36**
   1. $10\,\%$ de 240 : 24. $5\,\%$: 12.
   2. $24 + 12 = 36$.
2. **27**
   1. $45 \div 5 = 9$.
   2. $9 \times 3 = 27$.
3. **6**
   1. $5^0 = 1$ et $5^1 = 5$.
   2. $1 + 5 = 6$.
4. -13
   1. $3 \times (-2) - 7 = -13$.
5. $x = 3$
   1. $3x - 7 = 2 \iff 3x = 9 \iff x = 3$.
6. **4**
   1. $2x - 3 = 5 \iff 2x = 8 \iff x = 4$.
7. -4
   1. $m = -4$, $p = 1$.
8. $0{,}7$
   1. $P(\overline{A}) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$.
9. **11**
   1. $8 + 12 + 10 + 14 = 44$.
   2. $44 \div 4 = 11$.
10. $12{,}50$ **€**
    1. Prix au kilo : $7{,}50 \div 3 = 2{,}50$ €.
    2. $5 \times 2{,}50 = 12{,}50$ €.
11. $60\,\%$
    1. $\dfrac{18}{30} = 0{,}6 = 60\,\%$.
12. 45
    1. Un quart de 60 vaut 15, donc trois quarts valent 45.

Exercice 1 : Étude d'une fonction polynôme

1. **-3**
   1. $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.
   2. $f'(2) = 3 \times 4 - 12 \times 2 + 9 = -3$.

   À retenir : $f'(2) < 0$: f est décroissante au voisinage de 2.
2. **1**
   1. $3(x-1)(x-3) = 3x^2 - 12x + 9 = f'(x)$.
   2. $f'(x) = 0 \iff x = 1$ ou $x = 3$; la plus petite valeur est 1.

   À retenir : Une forme factorisée de f' donne directement son signe.
3. **5**
   1. Signe de f' (trinôme, $a = 3 > 0$) : positif sur $[0\,;\,1]$, négatif sur $[1\,;\,3]$, positif sur $[3\,;\,5]$.
   2. f croît, décroît puis croît. $f(1) = 1 - 6 + 9 + 1 = 5$ et $f(3) = 27 - 54 + 27 + 1 = 1$.
   3. Maximum local : $f(1) = 5$ (sur tout l'intervalle, le maximum est $f(5) = 21$).

   À retenir : Maximum local ≠ maximum sur l'intervalle : compare aussi aux bornes.
4. **9**
   1. $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$ avec $f'(0) = 9$ et $f(0) = 1$.
   2. Tangente : $y = 9x + 1$, donc $m = 9$.

   À retenir : Vérifie que le point $(0\,;\,1)$ est bien sur la tangente.

Exercice 2 : Jeu de fléchettes

1. **0,6**
   1. $P(X = 0) = 1 - (0{,}1 + 0{,}3) = 0{,}6$.

   À retenir : Écris la loi de X dans un tableau avant de calculer.
2. **2,5**
   1. $E(X) = 10 \times 0{,}1 + 5 \times 0{,}3 + 0 \times 0{,}6 = 2{,}5$.

   À retenir : En moyenne, sur un grand nombre de lancers, un joueur gagne $2{,}5$ points.
3. **11,25**
   1. $E(X^2) = 100 \times 0{,}1 + 25 \times 0{,}3 + 0 = 17{,}5$.
   2. $V(X) = 17{,}5 - 2{,}5^2 = 17{,}5 - 6{,}25 = 11{,}25$.

   À retenir : L'écart type est $\sqrt{V(X)}$, ici environ $3{,}35$ points.
4. **2,5**
   1. Le gain algébrique moyen est $E(X) - m$; il est nul pour $m = 2{,}5$.

   À retenir : Au-dessus de $2{,}50$ €, le jeu est favorable à l'organisateur.

Exercice 3 : Produit scalaire dans un repère

1. **20**
   1. $\overrightarrow{AB}(4\,;\,2)$, $\overrightarrow{AC}(2\,;\,6)$.
   2. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 8 + 12 = 20$.

   À retenir : Coordonnées d'un vecteur : arrivée moins départ.

2. **20**

   1. $AB^2 = (5-1)^2 + (4-2)^2 = 16 + 4 = 20$.

   À retenir : De même $AC^2 = 4 + 36 = 40$.

3. **1**

   1. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos\widehat{BAC}$.
   2. $\cos\widehat{BAC} = \dfrac{20}{\sqrt{800}} = \dfrac{20}{20\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
   3. $\widehat{BAC} = \dfrac{\pi}{4}$: $k = 1$.

   À retenir : $\sqrt{800} = \sqrt{400 \times 2} = 20\sqrt{2}$.

4. **-6**

   1. $\overrightarrow{BC}(-2\,;\,4)$ est normal à la hauteur issue de A.
   2. A est sur la droite : $-2 + 8 + c = 0$, donc $c = -6$.

   À retenir : Hauteur issue de A : perpendiculaire à (BC) passant par A.